

# Fale akustyczne

***Opracował Marek Ochocki***

marek\_ochocki@interia.pl

Ruda Śląska 2003

## I.1. Podstawy fizyczne

Fale mechaniczne w ośrodku stanowią zaburzenie przestrzeni rozprzestrzeniające się z określoną prędkością. Zaburzenie to ma charakter lokalnych oscylacji cząsteczek materii przemieszczających się wokół położenia równowagi. Propagacji fali sprężystej nie towarzyszy transport masy, a jedynie transport energii. Falę mechaniczną najlepiej opisać poprzez podanie rozkładu przestrzennego jednej z wielkości, która to zaburzenie charakteryzuje np.: [1,2,3,4,5]

- a) przesunięcie akustyczne cząstek,
- b) prędkość akustyczna (prędkość cząstki),
- c) ciśnienie akustyczne,
- d) potencjał akustyczny.

Potencjał prędkości akustycznej  $\Phi$  definiuje się jako wielkość, której gradient (ze znakiem ujemnym), daje wektor prędkości akustycznej [1].

$$\vec{v} = -grad(\Phi)$$

I.1-1

- $\vec{v}$  - wektor prędkości akustycznej cząstek ośrodka w danym punkcie,
- $\Phi$  - potencjał prędkości akustycznej w punkcie.

Dla ciśnienia akustycznego potencjał  $\Phi$  spełnia relację [1]:

$$p = \rho_0 \frac{\partial \Phi}{\partial t}$$

I.1-2

- $p$  – ciśnienie akustyczne w punkcie,
- $\rho_0$  – gęstość ośrodka,
- $\Phi$  - potencjał prędkości akustycznej w punkcie.

Równanie falowe, jednowymiarowe zapisane dla potencjału prędkości akustycznej przyjmuje formę [1-7]:

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2}$$

I.1-3

- $c$ - prędkość fazowa fali.

W ośrodkach gazowych i płynnych mogą powstawać jedynie fale podłużne [1]. Szybkość poruszania się dźwięku można w przybliżeniu określić z zależności [1, 4]:

$$c = \sqrt{\frac{1}{\rho_0 \kappa}}$$

I.1-4

-  $\rho_0$  – gęstość ośrodka,

-  $\kappa$  - współczynnik ściśliwości adiabatycznej.

Wzór ten jest słuszny przy założeniu, iż lokalne zmiany ciśnienia są małe w porównaniu z ciśnieniem panującym w ośrodku pozostającym w równowadze.

Rozwiązaniem równania falowego, dla harmonicznym fal płaskich jest funkcja [1-6]:

$$\Phi(t, x) = |\Phi| * e^{j(\omega t - kx)}$$

I.1-5

gdzie:

-  $\omega$  - częstość kołowa,

-  $k$  – wektor falowy.

W celu ułatwienia opisu własności akustycznych ośrodka wprowadza się wielkość fizyczną tzw. impedancję akustyczną Z zgodnie z definicją impedancja akustyczna Z jest miarą reakcji ośrodka na falę akustyczną.

Impedancja akustyczna Z jest definiowana jako: stosunek ciśnienia akustycznego p w dowolnym punkcie medium do prędkości akustycznej v w tym punkcie [1,6]:

$$Z = \frac{p}{v}$$

I.1-6

Dla fal płaskich impedancja akustyczna przyjmuje wartość:

$$Z = \rho * c$$

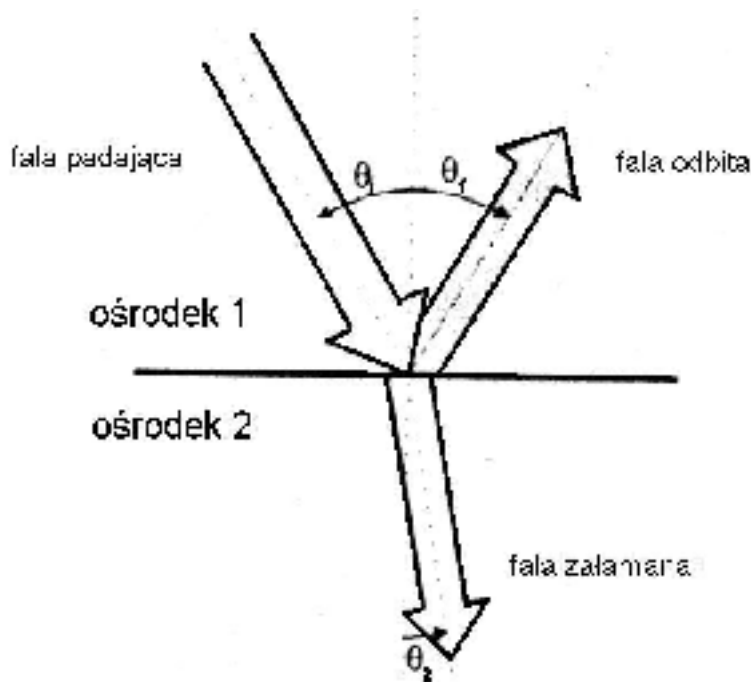
I.1-7

## ***1.2. Odbicie i przejście fali akustycznej przez granicę ośrodków***

Odbicie fali akustycznej zachodzi na granicy ośrodków, gdy własności akustyczne sąsiednich mediów różnią się od siebie. W wyniku padania fali na granicę ośrodków oprócz fali odbitej pojawia się także fala załamana w drugim ośrodku (rys. I.2.2.). Cały proces przejścia zaburzenia akustycznego pomiędzy ośrodkami jak również i odbicie, podlegają określonym prawidłowościom – prawu odbicia i załamania dla ośrodków akustycznych [1,8-13].

Na granicy ośrodków muszą być spełnione warunki brzegowe [1]:

- zachodzi równość składowych prostopadłych wektora prędkości akustycznej fali padającej i fali wnikającej,
- składowe styczne wektora prędkości akustycznej fali padającej i odbitej są równe,
- składowe styczne wektora pędu w obu ośrodkach mają tę samą wartość,
- zachodzi równość ciśnień w obu ośrodkach.



Rysunek I.2.2. Schemat odbicia i załamania fali [7].

Na granicy ośrodków są spełnione zależności:

$$\rho_1 \Phi' = \rho_2 \Phi'' \quad \text{I.2-1}$$

$$\frac{\partial \Phi'}{\partial x} = \frac{\partial \Phi''}{\partial x} \quad \text{I.2-2}$$

gdzie:

- $\Phi'$  – wypadkowy potencjał akustyczny w ośrodku 1,
- $\Phi''$  – wypadkowy potencjał akustyczny w ośrodku 2,
- $x$  – kierunek prostopadły do granicy ośrodków.

Oczywiście kąt padania fali oraz kąt odbicia muszą być sobie równe.

$$\Theta_1 = \Theta_1' \quad \text{I.2-3}$$

Obowiązuje także prawo Snella dla fal akustycznych, które mówi, że dla kątów fali padającej i załamanej zachodzi związek:

$$\frac{\sin(\Theta_1)}{\sin(\Theta_2)} = \frac{c_1}{c_2} \quad \text{I.2-4}$$

-  $c_1, c_2$  – prędkości fazowe fali padającej oraz załamanej.

W celu opisu zjawiska odbicia i załamania fali akustycznej wprowadza się wskaźniki (terminologia została zaczerpnięta z pracy [1]):

a) wskaźnik odbicia – stosunek prędkości akustycznych fali padającej i odbitej (ze znakiem ujemnym):

$$\hat{b} = -\frac{\hat{v}_1'}{v_1} = \frac{\Phi_1'}{\Phi_1} = \frac{p_1'}{p_1} = |b| * e^{j\Psi} \quad \text{I.2-5}$$

- $\Psi$  - przesunięcie fazowe pomiędzy potencjałami akustycznymi fali padającej  $\Phi_1'$  i odbitej  $\Phi_1$ , opisującymi propagację pól akustycznych w danym ośrodku,
- $\hat{v}_1', v_1$  - prędkości akustyczne cząstek fali padającej i odbitej.

Dla harmonicznych zmiennosci fal akustycznych, wspolczynnik odbicia mozna zapisać w postaci [1, 7]:

$$\hat{b} = \frac{Z_2 \cos(\Theta_1) - Z_1 \cos(\Theta_2)}{Z_2 \cos(\Theta_1) + Z_1 \cos(\Theta_2)}$$

I.2-6

-  $Z_1$  i  $Z_2$  - impedancje akustyczne odpowiednich ośrodków,

-  $\Theta_1$  i  $\Theta_2$  - kąty padania i załamania.

b) wskaźnik przenikania – stosunek jednej z wielkości charakteryzujących falę przechodzącą do tej wielkości dla fali padającej.

Wskaźnik przenikania dla stosunku prędkości akustycznych przyjmuje formę [1]:

$$\hat{a} = \frac{v_2}{v_1} = \frac{c_1 \Phi_2}{c_2 \Phi_1} = |a| * e^{j\psi_2}$$

I.2-7

Wskaźnik przenikania dla przebiegów harmonicznych wspolczynnik przenikania mozna zapisać w postaci [1]:

$$\hat{a} = \frac{2Z_1 \cos(\Theta_1)}{Z_2 \cos(\Theta_1) + Z_1 \cos(\Theta_2)}$$

I.2-8

W przypadku, gdy interesujący jest rozkład energetyczny propagującej się fali akustycznej (na przykład w zagadnieniach akustyki wnętrza), wprowadza się współczynniki energetyczne [1,7]:

a) energetyczny współczynnik odbicia:

$$\beta = \frac{E_1'}{E_1}$$

I.2-9

-  $E_1'$  i  $E_1$ , oznaczają odpowiednio energię fali odbitej i energię fali padającej.

b) energetyczny współczynnik przejścia do ośrodka drugiego:

$$\alpha = \frac{E_2}{E_1}$$

I.2-10

-  $E_2$ ;  $E_1$  oznaczają odpowiednio energię fali wnikającej i energię fali padającej.

W miejscu padania fali można zapisać dla ośrodków bezstratnych, że energia fali odbitej i załamanej  $E_1' + E_2$  jest równa energii fali padającej:

$$E_1 = E_1' + E_2 \quad \text{I.2-11}$$

Podobnie dla natężeń fal:

$$I_1 = I_1' + I_2 \frac{\cos(\Theta_1)}{\cos(\Theta_2)} \quad \text{I.2-12}$$

- $I_1$  – natężenie fali padającej,
- $I_1'$  – natężenie odbitej,
- $I_2$  – natężenie fali załamanej.

Oraz:

$$\alpha + \beta = 1 \quad \text{I.2-13}$$

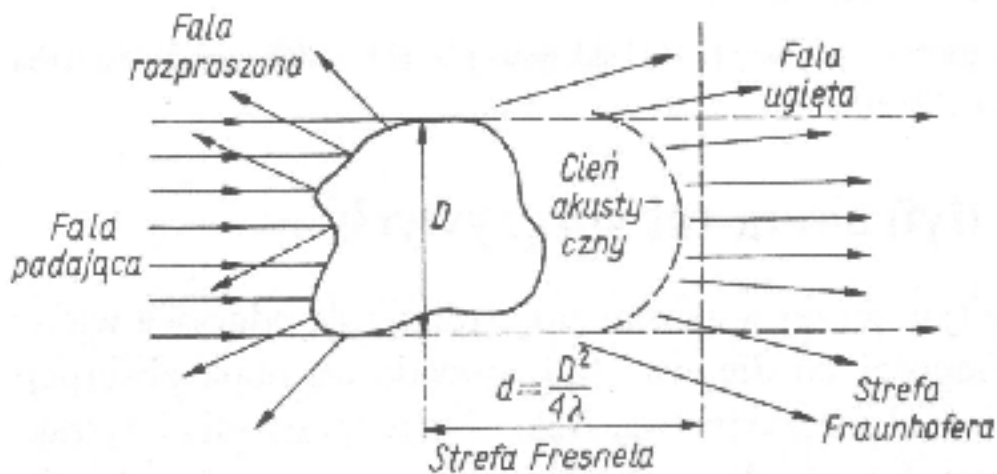
Dla przebiegów harmonicznycy uzyskuje się następujące zależności na energetyczny współczynnik odbicia i energetyczny współczynnik przejścia, wyrażone poprzez impedancje akustyczne ośrodków  $Z_1$  i  $Z_2$  oraz kąty padania  $\Theta_1$  i załamania  $\Theta_2$  [1]:

$$\beta = \left( \frac{\hat{b}}{\hat{a}} \right)^2 = \left( \frac{Z_2 \cos(\Theta_1) - Z_1 \cos(\Theta_2)}{Z_2 \cos(\Theta_1) + Z_1 \cos(\Theta_2)} \right)^2 \quad \text{I.2-14}$$

$$\alpha = \frac{Z_2}{Z_1} \left( \frac{\hat{a}}{\hat{b}} \right)^2 * \frac{\cos(\Theta_2)}{\cos(\Theta_1)} = \frac{4Z_1 Z_2 \cos(\Theta_1) \cos(\Theta_2)}{(Z_2 \cos(\Theta_1) + Z_1 \cos(\Theta_2))^2} \quad \text{I.2-15}$$

### I.3. Rozpraszanie fali akustycznej w ośrodku

Rozpraszanie jest zjawiskiem przebiegającym w ośrodkach niejednorodnych. Zachodzi wskutek oddziaływania fali akustycznej z wieloma przeszkodami o różnych rozmiarach i znajdujących się w różnych odległościach od siebie. Niejednorodności są obszarami o zmiennej impedancji falowej. Wynikiem rozpraszania jest obecność w ośrodku dodatkowych fal wtórnych, które wraz z falami odbitymi interferują z falą pierwotną (rys. I.3.1.). Nakładanie się zaburzeń powoduje zmiany zarówno natężenia jak i kierunku propagacji fali pierwotnej.



Rysunek I.3.1. Rozpraszanie fali na przeszkodzie [6].

Moc sygnału rozproszonego  $P_s$  od pojedynczej małej przeszkody wyraża się zależnością (I.3-1) [7]:

$$P_s = I_i \sigma_{sc}$$

I.3-1

-  $I_i$  - natężenie fali padającej

-  $\sigma_{sc}$  - przekrój czynny na rozpraszanie od pojedynczej małej przeszkody

Przekrój czynny jest parametrem określającym miarę oddziaływania przeszkody z falą padającą. Jednostką przekroju czynnego na rozpraszanie w układzie SI jest  $m^2$ .



Natężenie fali rozproszonej  $I_s$  można wyznaczyć z zależności [1,7]:

$$I_s = \frac{P_s}{4\pi R^2} = \frac{\sigma_{sc}}{4\pi R^2} I_i$$

I.3-2

- $P_s$  – moc sygnału rozproszonego we wszystkich kierunkach,
- $\sigma_{sc}$  - przekrój czynny na rozpraszanie,
- $I_i$  - natężenie fali padającej na przeszkodę,
- $R$  – odległość do obszaru rozpraszającego.

#### **I.4. Tłumienie fali akustycznej**

Przyczyną tłumienia fali akustycznej propagującej się w ośrodku jest utrata części energii fali na skutek absorpcji lub rozpraszania. Absorpcja może zachodzić z powodu [1]:

- lepkości ośrodka,
- przewodnictwa cieplnego i promieniowania cieplnego,
- relaksacji molekularnej.

Zanikanie amplitudy fali akustycznej w ośrodku w trakcie jej propagacji opisuje amplitudowy współczynnik tłumienia -  $\alpha$ . Dla fali płaskiej biegnącej w kierunku  $x$ , zachodzi zależność [1,2]:

$$\alpha = -\frac{1}{x} \int \frac{dA}{A} = -\frac{1}{x} \ln \left( \frac{A}{A_0} \right)$$

I.4-1

- $\alpha$  - amplitudowy współczynnik tłumienia,
- $dA$  – zmiana amplitudy fali akustycznej na drodze  $dx$ ,
- $A_0$  – amplituda początkowa fali sprężystej dla  $x=0$ ,
- $x$  – droga na odcinku której nastąpiło zmniejszenie amplitudy fali padającej wskutek tłumienia.

Zanik amplitudy drgań  $A$  fali akustycznej w trakcie propagacji w ośrodku określa zależność [1,2]:

$$A = A_0 e^{-\alpha x}$$

I.4-2

Analogicznie jak w przypadku amplitudowego współczynnika tłumienia, energetyczny współczynnik tłumienia fali akustycznej definiuje się jako względny zanik natężenia fali akustycznej na jednostkę przebytej drogi [1,2]:

$$\gamma = -\frac{1}{x} \int \frac{dI}{I} = -\frac{1}{x} \ln \left( \frac{I}{I_0} \right)$$

I.4-3

- $\gamma$  - amplitudowy współczynnik tłumienia -  $\gamma = 2 \cdot \alpha$ ,
- $dI$  – zmiana natężenia fali akustycznej na drodze  $dx$ ,
- $I_0$  – początkowa wartość natężenia fali sprężystej dla  $x=0$ .

Zanik natężenia fali akustycznej określa zależność [1,2]:

$$I = I_0 e^{-\gamma \cdot x}$$

Matematyczny opis strat energii fali akustycznej propagującej się w ośrodku jest bardzo trudny. W pracy [7], Autor proponuje opis zjawiska pochłaniania fali akustycznej z wykorzystaniem elementów teorii sygnałów - analizę propagacji fali ultradźwiękowej w ośrodku w dziedzinie częstotliwości. Wówczas amplitudowy współczynnik tłumienia przyjmuje postać [7]:

$$H(f, z) = \exp(-(\beta_0 z + \beta_1 f z))$$

I.4-6

- $z$  – droga, na długości której następuje pochłanianie fali akustycznej,
- $f$  – częstotliwość fali akustycznej,
- $\beta_0$  – współczynnik odpowiadający za rozpraszanie fali akustycznej niezależne od częstotliwości,
- $\beta_1$  – współczynnik odpowiadający za rozpraszanie fali akustycznej zależne od częstotliwości.

Na rysunku I.4.2. przedstawiono schemat analizy układu akustycznego jako układu liniowego. Sygnał wyjściowy  $S_0(f,z)$  jest splotem sygnału wejściowego  $S_1(f,z)$  i funkcji przejścia  $H(f,z)$ :

$$S_0(f, z) = H(f, z) * S_1(f, z)$$

I.4-6



Rysunek I.4.2. Analiza układu akustycznego jako układ liniowego.

## **I.5. Kawitacja**

Kawitacja [1, 6] jest zjawiskiem polegającym na wytworzeniu w cieczy przez falę akustyczną o dużym natężeniu pulsujących pęcherzyków powietrza lub pary nasyconej cząstek ośrodka. Na skutek dużych sił rozciągających występujących w fazie rozrzedzeń fali akustycznej powstają lokalne rozerwania ciągłego ośrodka. W miejscu rozerwania powstają kuliste pęcherzyki, wypełnione cząsteczkami pary nasyconej ośrodka. Pęcherzyki te zapadając się są źródłem lokalnych fal udarowych. Natura fizyczna procesu kawitacji jest bardzo złożona. Podstawowym problemem zagadnienia są nieliniowe wymuszenia drgań pęcherzyków, którym one podlegają w procesie kawitacji. Takie pęcherzyki stanowią układy o bardzo złożonej dynamice (świadczy o tym złożoność widma kawitacyjnego).

## XI. Bibliografia

1. Malecki I. „Teoria fal i układów akustycznych”, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1964 r.
2. Zastawny A. „Zarys fizyki”, Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice 1997 r.
3. Auld B. A. „Acoustic fields and waves in solids (vol II)”, Jon Wiley & Sons, Inc, New York 1973 r.
4. Feynman R. P., Leighton R. B., Sanda M. „Feynmana wykłady z fizyki, Tom I Część 2”, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1974 r.
5. Nowicki A. „Podstawy ultrasonografii dopplerowskiej”, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 1995 r.
6. Śliwiński A. „Ultradźwięki i ich zastosowania”, Wydawnictwa Naukowo Techniczne, Warszawa 2001 r.
7. Jensen J.A. „Estimation of Blood Velocities Using Ultrasound. A Signal Processing Approach”, Cambridge University Press, Cambridge UK 1999
8. Filipeczyński L. „Wykrywalność małych naczyń krwionośnych oraz płaskich granic tkanek za pomocą ultradźwiękowej metody impulsowej echa”, *Archiwum Akustyki* 16, 1, 75-84 (1981)
9. Filipeczyński L. „Ultradźwiękowa charakterystyka tkanek w kardiologii”, *Archiwum Akustyki* 18, 1, 85-96 (1983)
10. Filipeczyński L. „Wykrywalność naczyń krwionośnych ultradźwiękową metodą echa przy zastosowaniu zogniskowanej wiązki ultradźwiękowej”, *Archiwum Akustyki* 17, 3-4, 311-326 (1982)
11. Hagel M. „Metoda obliczania współczynnika odbicia fali akustycznej od nieostrej granicy dwóch ośrodków”, *Archiwum Akustyki* 21, 1, 33-44 (1986)
12. Obraz J. „Ultradźwięki w technice pomiarowej”, Wydawnictwo Naukowo Techniczne, Warszawa 1983 r.
13. Filipeczyński L., Hercyński R., Nowicki A., Powalowski T., „Przepływy krwi; hemodynamika i ultradźwiękowe dopplerowskie metody pomiarowe”, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa-Poznań 1980 r.